

**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ**  
**ETAPA LOCALĂ**  
**CLASA a VIII-a**  
**27.02.2015**

**Subiectul I.(30 puncte )**

- a) Dacă  $a, b, c$  sunt numere reale nenule, care verifică relațiile  $a + b + c = 9$  și  $ab + bc + ac = 27$ , să se arate că numărul  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$  este natural.

*prof. Vasile Șerdean , Școala Gimnazială nr. 1 Gherla*

- b) Fie  $S = 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + (n-1) \cdot n \cdot (n+1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \geq 2$ .

1. Calculați  $S$  dacă  $n = 100$ .
2. Determinați  $n \in \mathbb{N}$ , dacă  $S = 89700$ .

*prof. Grigore Tarța, Liceul Teoretic „Ana Ipătescu” Gherla*

**Subiectul II.(20 puncte )**

Fie  $A, B, C, D$  patru puncte necoplanare astfel încât  $AD \perp BC$  și  $m(\angle ADB) = m(\angle ADC)$ . Demonstrați că triunghiul  $ABC$  este isoscel.

*prof. Elena Măgdaș, Școala Gimnazială Horea Cluj-Napoca*

**Subiectul III.(20 puncte)**

Fie ABCD un pătrat și  $AM \perp (A, B, C)$ . Punctele E și F aparțin segmentelor (AD) și respectiv (BC) astfel încât  $AE = ED$  și  $BF = 2FC$ . Dreapta EF intersectează prelungirea laturii CD în punctul G. Arătați că dacă distanța de la D la MG este egală cu distanța de la A la MG, atunci  $AM = 3 \cdot AB$ .

*prof. Radu Poenaru, Transylvania College Cluj-Napoca*

**Subiectul IV.(20 puncte)**

Se consideră numărul  $a = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \left(y - \frac{1}{2}\right)^2$ , unde  $x, y \in \mathbb{Z}$ .

- a) Să se arate că  $a$  este număr întreg par, pentru orice  $x$  și  $y$  din  $\mathbb{Z}$ .
- b) Să se determine perechile de numere întregi  $x$  și  $y$  astfel încât  $a$  să fie număr prim.

*prof. Alb Nicolae, Liceul Teoretic „Octavian Goga” Huedin*

**Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**  
**Timp efectiv de lucru - 3 ore.**

**SUCCES!**